

KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIS PADA PEMBELAJARAN ANALISIS REAL: SISTEMATYC LITERATURE REVIEW

Fanny Selfinta Perangin-Angin¹, Rusi Ulfa Hasanah², Muhammad Al Ghifari³, Lilis Suryani Nasution⁴

¹Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara
Email: fanny0305212103@uinsu.ac.id

¹Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara
Email: Rusiulfahasanah@uinsu.ac.id

¹Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara
Email: muhammad0305212116@uinsu.ac.id

¹Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara
Email: lilis0305213023@uinsu.ac.id

ABSTRAK

Keterampilan pembuktian matematis merupakan inti dari disiplin analisis praktis dan memperdalam pemahaman konsep matematika dasar. Tujuan penelitian ini adalah melihat bagaimana kemampuan matematis mahasiswa dalam pembuktian analisis real. Metode yang digunakan SLR (systematic Literature Review). Data yang digunakan dari 15 jurnal didapatkan 5 jurnal yang sesuai tujuan penelitian. Dalam penelitian ini jurnal yang menjadi objek penelitian adalah jurnal yang dipublikasikan dari tahun 2015 sampai 2023. Hasil penelitian sebagian besar mahasiswa masih memiliki kemampuan yang rendah dalam pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real. Selain itu, ditemukan bahwa metode pembelajaran yang digunakan pada mata kuliah analisis real kurang sesuai dengan karakteristik mahasiswa, sehingga menghasilkan pengalaman belajar yang monoton dan kurang efektif.

Kata kunci: Kemampuan; Matematis; Analisis real

ABSTRACT

Mathematical proof skills are at the heart of the discipline of practical analysis and deepen understanding of basic mathematical concepts. The aim of this research is to see how students' mathematical abilities are in proving real analysis. The method used is SLR (systematic literature review). The data used from 15 journals resulted in 5 journals that matched the research objectives. In this research, the journals that are the object of research are journals published from 2015 to 2023. The results of the research are that most students still have low abilities in mathematical proof when learning real analysis. In addition, it was found that the learning methods used in real analysis courses were less suited to student characteristics, resulting in a monotonous and less effective learning experience.

Keywords: Ability; Mathematical; Real analysis

PENDAHULUAN

Sebagai salah satu mata pelajaran wajib di sekolah ataupun perguruan tinggi, matematika merupakan ilmu yang mengandung semua aspek penting dalam kehidupan (Ernawati, 2021). Dalam kehidupan sehari-hari matematika juga sering digunakan dalam membuat keputusan-keputusan bermasyarakat, Namun Matematika tidak tentang permasalahan sehari-hari, tetapi juga tentang intuisi, pemahaman, dan imajinasi untuk menemukan solusi baru dan memecahkan masalah yang abstrak (Khan & Krell, 2019). Berpikir matematis membangun pemahaman seseorang untuk memecahkan konsep atau masalah yang kompleks. Karena landasan logisnya yang konstruktif, matematika tersusun atas struktur kalimat yang hampir semuanya berbentuk pertanyaan yang hanya dapat dibenarkan melalui pembuktian logis (Sumardiyono, 2018). Pembuktian matematis diartikan sebagai kumpulan alasan yang berfungsi memperkuat atau menentang suatu pendapat, gagasan, atau pendirian dan secara logis membuktikan nilai sebenarnya (Susanto, 2011).

Pembuktian memainkan peran yang sangat penting bagi ahli matematika, namun mengapa? Karena pembuktian ialah cara yang meyakinkan untuk menguji pengetahuan. Bagi siswa matematika, pembuktian dapat diibaratkan dengan makanan sehari-hari, dan hampir setiap mata pelajaran yang Anda ambil menggunakan pembuktian matematika. Namun, pemahaman setiap siswa terhadap istilah “bukti” mungkin berbeda dengan penafsiran instruktur, begitu pula interpretasi satu instruktur mungkin berbeda dengan interpretasi instruktur lainnya. Pembuktian matematis memungkinkan Anda membuat argumen yang dapat diterima ketika disajikan nanti di kelas (Stylianides, 2007). Tall (1989) lebih lanjut menyatakan bahwa matematika universitas di seluruh dunia memerlukan penekanan yang lebih besar pada konstruksi siswa dan pemahaman bukti matematika. Ini sangat cocok untuk calon guru matematika yang diharapkan dapat mengajarkan pembuktian matematika kepada generasi selanjutnya.

Saat melakukan pembuktian matematis, ada berbagai metode langsung yang mengandalkan prinsip dasar logika. Cara-cara tersebut antara lain pembuktian langsung, pembuktian tidak langsung, pembuktian dengan kontradiksi, pembuktian singularitas, pembuktian sanggahan dengan contoh tandingan, dan pembuktian dengan induksi matematika. Sebelum memulai pembuktian, penting bagi siswa untuk memahami langkah-langkah yang diperlukan untuk setiap metode dan memiliki kemampuan untuk menilai metode mana yang paling cocok untuk situasi tertentu.

Keterampilan pembuktian matematis merupakan inti dari disiplin analisis praktis dan memperdalam pemahaman anda tentang konsep matematika dasar. Di pendidikan tinggi, siswa analitis sejati menghadapi tantangan untuk mempelajari keterampilan ini secara efektif. Pembuktian matematis memerlukan pemikiran analitis, ketelitian, dan kemampuan logika yang kuat untuk merumuskan argumen yang jelas dan benar. Pentingnya keterampilan pembuktian matematis bagi siswa analitis sejati tidak terbatas pada studi akademis, tetapi juga berlaku untuk mempersiapkan karier di berbagai bidang yang memerlukan pemecahan masalah yang kompleks dan analisis yang mendetail. Namun permasalahan utama bagi mahasiswa perguruan tinggi adalah sulitnya memahami konsep-konsep yang terlibat dalam pembuktian teorema dalam analisis nyata. Kesulitan tersebut menjadi tujuan peneliti untuk memastikan sejauh mana kemampuan matematika siswa ketika pembuktian bidang kalkulus dalam praktik.

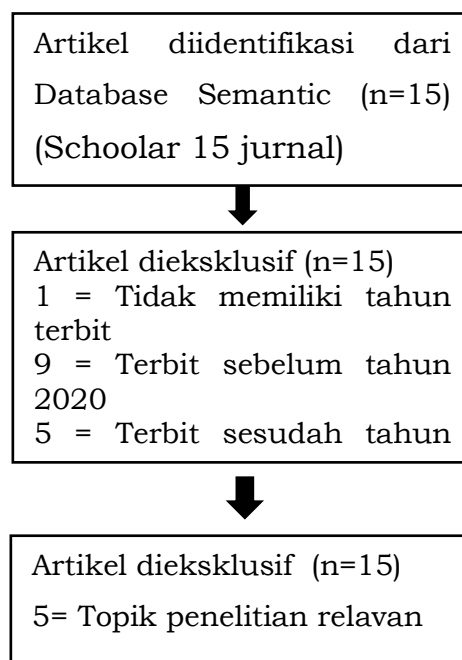
METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan Systematic Literature Review (SLR). Adapun langkah-langkahnya ialah dengan pertama identifikasi, mengkaji, setelah itu mengevaluasi, kemudian mendefinisikan semua penelitian yang ada. Peneliti melakukan review dan mengidentifikasi kajian pustaka dan referensi dari berbagai jurnal yang dilakukan sistematis dan berurutan di setiap prosesnya mengikuti langkah- langkah dan panduan

yang sudah menjadi ketetapan (Triandini et al, 2019).

Langkah ke-1 pada metode ini dengan *Research Question* (RQ), hal ini membuat pertanyaan dari peneliti adalah bagaimana kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real. Langkah ke-2 adalah proses pencarian, yang pada langkah ini peneliti mendapatkan data yang sesuai dengan topik yang peneliti bahas. Proses pencarian ini dilakukan dengan menggunakan database Google Scholar dimana peneliti mencari berbagai artikel yang bersangkutan dengan kemampuan matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real pada tahun 2015-2023. Selanjutnya, pada langkah ke-3 dengan kriteria inklusi dan eksklusi untuk menentukan apakah artikel yang diperoleh oleh peneliti sesuai dengan penelitian yang akan dilakukan. Kemudian Proses *Quality Assessment*, dimana peneliti mengevaluasi artikel yang sudah didapatkan dan menentukan apakah artikel yang di dapat peneliti sudah sesuai dengan tujuan peneliti atau tidak.

Dalam menyelesaikan penelitian ini, peneliti sudah mengumpulkan artikel jurnal pada database Google Scholar yang dalam penyusunannya dibantu dengan aplikasi Mendeley. Kata kunci yang digunakan ialah Kemampuan matematis analisis real. Artikel yang digunakan peneliti adalah artikel-artikel yang telah dipublikasikan pada tahun 2015 sampai pada tahun 2023, Peneliti telah menemukan 15 artikel menggunakan kata kunci yang digunakan. Kemudian, peneliti menggolongkan kumpulan artikel itu, dapatlah 5 jurnal yang sesuai dengan permasalahan dari tujuan penelitian yaitu peneliti ingin melihat bagaimana kemampuan pembuktian matematis siswa dalam pembelajaran analisis real. Setelah selesai dipilih kemudian artikel tersebut disusun ke dalam table-tabel dengan cara pengelompokan meliputi nama penulis, tahun terbit, judul jurnal atau artikel serta hasil penelitian. Tahapan terakhir, peneliti mereview dan membedah artikel-artikel tadi lebih spesifik paling utama mengenai hasil penelitiain yang ada pada sub pembahasan. Data yang digunakan berasal dari 15 jurnal yang berisikan tentang Kemampuan pembuktian matematis mahasiswa Pada Mata kuliah Analisis Real.



Untuk memulai analisa data, pertimbangkan materi dari hasil penelitian dari yang paling relevan, relevan, dan cukup relevan. Membaca abstrak dari setiap penelitian sebelum memutuskan apakah masalah yang dibahas sesuai dengan masalah yang ingin

diselesaikan dalam penelitian. Mencatat bagian-bagian yang penting dan berkaitan dengan masalah penelitian. Para Peneliti juga mencatat informasi dan mencantumkan daftar pustaka untuk menghindari unsur plagiat. Jika informasi benar-benar berasal dari gagasan atau penelitian orang lain. Membuat catatan, kutipan, atau informasi yang disusun secara sistematis sehingga penelitian dapat dengan mudah mencari kembali informasi jika diperlukan. (Darmadi,2011).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil proses pencarian dan klasifikasi artikel

Hasil dalam penelitian ini berupa analisis dan ringkasan artikel yang didokumentasikan sebelumnya terkait kemampuan pembuktian matematis analisis real pada mahasiswa. Setelah diterapkan pencarian artikel di *google Scholar* yang relevan diperoleh 15 artikel yang membahas pembuktian matematis pada materi analisis real. Dari 15 artikel tersebut didapatkan 5 jurnal yang sesuai dengan permasalahan dari tujuan penelitian yaitu peneliti ingin melihat bagaimana kemampuan pembuktian matematis siswa dalam pembelajaran analisis real. Dalam penelitian ini artikel yang menjadi objek penelitian adalah artikel yang dipublikasikan mulai dari tahun 2015 sampai 2023. Peneliti mengklasifikasikan hasil dari data yang diperoleh sebagai berikut:

| No | Nama penulis dan tahun | Nama jurnal | Volume dan edisi |
|----|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | Krisna S. Perbowo, Trisna R. Pradipta, (2017) | Jurnal Pendidikan Matematika | Volume 2, nomor 1, halaman 81-90 |
| 2 | Era Dewi Kartika, Nok Izatul Yazidah, (2019) | Prima : Jurnal Pendidikan Matematika | Volume 3, nomor 2, halaman 152-157 |
| 3 | Hanifah, 2023 | Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika | Volume 7, Nomor 03, Halaman 3216-3228 |
| 4 | Ety Septiati, (2021) | Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika | Volume 4, Nomor. 1, Halaman 64-72 |
| 5 | Gunawan, 2017 | JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika) | Volume 4, Nomor. 1, halaman 94-110 |

Tabel 1. Klasifikasi artikel terpilih

Hasil analisis yang diperoleh dari 5 artikel terpilih dapat dilihat pada tabel dibawah ini. Hasil analisis yang diperoleh mengenai kemampuan mahasiswa dalam membuktikan dan memecahkan masalah matematis pada pembelajaran analisis real Sebagian besar belum dapat dikategorikan mampu memahami sepenuhnya.

| No | Nama penulis dan tahun | Hasil penelitian |
|----|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Krisna S. Perbowo, Trisna R. Pradipta, (2017) | Berdasarkan penelitian ini, terungkap bahwa sebagian besar siswa kesulitan mengingat bentuk-bentuk pembentukan yang berbeda dalam ingatan mereka. Selain itu, siswa menghadapi kesulitan dalam menyajikan pembuktian matematis yang melibatkan kontradiksi dan kontrapositif contoh tandingan. Selain itu juga, sejumlah besar siswa tidak memiliki kemampuan untuk menerapkan pemeriksaan counterexample secara efektif. Ketika diwawancarai, siswa mengaitkan keterbatasan |

| | | |
|---|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | keterampilan pembuktian matematis mereka dengan faktor-faktor seperti kelupaan, kurangnya pemahaman tentang konstruksi pembuktian, dan pemahaman yang tidak memadai tentang pembuktian matematis. |
| 2 | Era Dewi Kartika, Nok Izatul Yazidah, (2019) | Penelitian ini menunjukkan terdapat 11 orang peserta perkemahan, 4 orang pendaki dan 5 orang putus sekolah. Berdasarkan nilai AQ mereka, ditentukan bahwa lebih dari separuh siswa yang terdaftar dalam kursus analisis nyata termasuk dalam kategori Camper. Telah diamati bahwa siswa Camper cenderung memiliki tingkat kesiapan yang lebih tinggi untuk otentikasi langsung dibandingkan siswa Quitter dan Climber. Siswa pada AQ tingkat tiga belum menunjukkan pemahaman yang lengkap dan akurat tentang konsep bilangan rasional. Selain itu, masih ada mahasiswa yang mengandalkan pengambilan sampel langsung sebagai metode sertifikasi. |
| 3 | Hanifah, 2023 | Siswa biasanya menunjukkan pemahaman yang kuat tentang pemahaman masalah, menunjukkan kemampuan untuk merancang solusi yang efektif, menerapkan strategi pemecahan masalah, dan memverifikasi jawaban mereka. |
| 4 | Ety Septiati, (2021) | Menurut penelitian, kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi pembuktian matematis terutama ditentukan oleh indikator-indikator khusus yang membentuk data suatu pernyataan tertentu. Dalam konteks mata kuliah analisis riil, rincian kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi pembuktian matematis adalah sebagai berikut: 6,5% masuk dalam kategori sangat mahir, 35,5% masuk dalam kategori mahir, 29% masuk dalam kategori memuaskan, dan 29% persentase siswa yang masuk dalam kategori pembuktian masih dihitung. |
| 5 | Gunawan, 2017 | Penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa yg berkemampuan tinggi, sedang dan rendah belum menguasai ukuran keempat kemampuan pemecahan masalah matematika, atau pengecekan hasil. Hal ini disebabkan karena pada pembelajaran sebelumnya siswa tidak terbiasa memeriksa apa yang akan terjadi jika ia memperolehnya, sehingga siswa tidak terbiasa memeriksa kebenaran jawaban yang diterimanya. |

Tabel 2. Hasil analisis data

Berdasarkan tabel diatas yang menjelaskan hasil analisis 5 artikel yang diambil peneliti sebagai artikel yang sesuai, maka peneliti dapat menyimpulkan masih rendahnya kemampuan Sebagian besar mahasiswa dalam pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real. Faktor penyebab rendahnya kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah matematis pada analisis real adalah (1) kebanyakan mahasiswa sulit mengingat dalam menyusun cara membuktikan teorema; (2) mahasiswa belum mampu membuat pembuktian matematika bentuk kontrapositif dan kontradiksi; dan (3) dominan mahasiswa tidak mampu mengaplikasikan pembuktian bentuk *counterexample*. Selain itu peneliti juga menemukan faktor lain yaitu metode pembelajaran yang kurang relevan dengan karakteristik mahasiswa yang mengikuti mata kuliah analisis real karena terkesan monoton. Beberapa metode pembelajaran yang dapat meningkatkan pemahaman mengenai pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real yaitu Model Pembelajaran Problem Posing, Pengaruh Model Pembelajaran *Extended Triad Level*

dan Model Problem Based Learning Dengan Model *Means Ends*.

SIMPULAN

Kemampuan matematis dalam pembuktian merupakan kemampuan berfikir tinggi yang membutuhkan penalaran. Sebagian besar mahasiswa masih memiliki kemampuan yang rendah dalam pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real. Faktor penyebab rendahnya kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah matematis pada analisis real adalah (1) kebanyakan mahasiswa sulit mengingat dalam menyusun cara membuktikan teorema; (2) mahasiswa tidak mampu membuat pembuktian matematika bentuk kontraposisif dan kontradiksi; dan (3) dominan mahasiswa tidak mampu mengaplikasikan pembuktian bentuk *counterexample*. Selain itu peneliti juga menemukan faktor lain yaitu metode pembelajaran yang kurang relevan dengan karakteristik mahasiswa yang mengikuti mata kuliah analisis real karena terkesan monoton. Beberapa metode pembelajaran yang dapat meningkatkan pemahaman mengenai pembuktian matematis pada pembelajaran analisis real yaitu Model Pembelajaran Problem Posing, Pengaruh Model Pembelajaran *Extended Triad Level* dan Model Problem Based Learning Dengan *Model Means Ends*.

DAFTAR PUSTAKA

- Adamura, F., & Susanti, V. D. (2018). PENALARAN MATEMATIS MAHASISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH ANALISIS REAL BERDASARKAN KEMAMPUAN BERPIKIR INTUITIF. In *Journal of Mathematics and Mathematics Education* (Vol. 8, Issue 2). <https://jurnal.uns.ac.id/jmme>
- Ah, N. I. (n.d.). *PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATA KULIAH ANALISIS REAL BERBASIS PEMBUKTIAN PADA SEMESTER V UNMUH JEMBER*.
- Farhan, M., & Rahman Hakim, A. (2021). KEMANDIRIAN BELAJAR, ADVERSITY QUETIONT DAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS PADA IMPLEMENTASI PEMBELAJARAN DARING MATAKULIAH ANALISIS REAL. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 4(6). <https://doi.org/10.22460/jpmi.v4i6.1687-1698>
- Gunawan, (2017). ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL LANJUT. *Jurnal Kajian Pendidikan Matematika*, 4(1). <https://jurnal.unimus.ac.id/index.php/JPMat/article/download/2798/2710>
- Hanifah, H., Sumardi, H., & Febrila, L. G. (2023). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Mahasiswa Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(3), 3216–3228. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i3.2913>
- Hodiyanto, H., & Susiaty, U. D. (2018). PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MELALUI MODEL PEMBELAJARAN PROBLEM POSING. *MaPan*, 6(1), 128–137. <https://doi.org/10.24252/mapan.2018v6n1a12>
- Isran, D. (2018). Pengembangan bahan ajar berbasis model struktur representasi pengetahuan mahasiswa pendidikan matematika untuk meningkatkan kemampuan membuktikan dan kemampuan representasi matematis. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 3(2). <https://ejournal.unib.ac.id/index.php/jpmr>
- Junizon, M. (2019). Pengaruh Model Pembelajaran *Extended Triad Level ++* Terhadap Kemampuan Pembuktian Teorema Pada Analisis Real Di. In *Universitas Muhammadiyah Bengkulu. JPMR* (Vol. 04, Issue 01). <https://ejournal.unib.ac.id/index.php/jpmr>
- Kartika, E. D., Cipta, D. A. S., & Rohmah, L. N. (2021). PENGEMBANGAN REALQU UNTUK MEMAKSIMALKAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS BERDASARKAN ADVERSITY QUOTIENT. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(1), 435. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i1.3357>

- Kartika, E. D., & Yazidah, N. I. (2019). ANALISIS KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS PADA MATAKULIAH ANALISIS REAL BERDASARKAN ADVERSITY QUOTIENT. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 152–157. <https://jurnal.umt.ac.id/index.php/prima/article/view/1385/1114>
- Lestari, K. E. (2015). ANALISIS KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA MENGGUNAKAN PENDEKATAN INDUKTIF-DEDUKTIF PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL. *Jurnal Kajian Pendidikan da Pengajaran*, 1(2), 128-135. <https://jm.ejournal.id/index.php/mendidik/article/view/20/10>
- Matematika, J. P., Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). PEMETAAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS SEBAGAI PRASYARAT MATA KULIAH ANALISIS RIL MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA (Vol. 2, Issue 1). <https://kalamatika.matematika-uhamka.com/index.php/kmk/article/view/54/35>
- Qomariyah, S., & Rosyidah, U. (2022). Kesulitan Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Jurnal Educatio FKIP UNMA*, 8(2), 396–400. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i2.1865>
- Septiati, E. (n.d.). (2015) KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM MENGKONSTRUKSI BUKTI MATEMATIS PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika* 4(1), 64–72. <https://jurnal.univpgri-palembang.ac.id/index.php/indiktika/article/view/6761/5323>
- Wahidin Ashari, N., Studi Pendidikan Matematika, P., Keguruan dan Ilmu Pendidikan, F., & Cokroaminoto Palopo, U. (n.d.). PERBANDINGAN KEFEKTIFAN MODEL PROBLEM BASED LEARNING DENGAN MODEL MEANS ENDS ANALYSIS DITINJAU DARI KECAKAPAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA PADA MATAKULIAH ANALISIS REAL. <https://journal.uncp.ac.id/index.php/Pedagogy/article/view/712/605>