

## ANALISIS JENIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIS PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL

**Riska Dewi<sup>1</sup>, Rusi Ulfa Hasanah<sup>2</sup>, Anggi Indah Riskiyah<sup>3</sup>, Nur Syahrani<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara

Email: [riska0305213084@uinsu.ac.id](mailto:riska0305213084@uinsu.ac.id)

<sup>2</sup> Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara

Email: [rusiulfahasanah@uinsu.ac.id](mailto:rusiulfahasanah@uinsu.ac.id)

<sup>3</sup> Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara

Email: [anggi0305213081@uinsu.ac.id](mailto:anggi0305213081@uinsu.ac.id)

<sup>4</sup> Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, UIN Sumatera Utara

Email: [nur0305213077@uinsu.ac.id](mailto:nur0305213077@uinsu.ac.id)

### ABSTRAK

*Penelitian ini membahas analisis jenis kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real. Metode yang digunakan adalah systematic literature review. Hasil SLR yang telah dilakukan oleh peneliti menyimpulkan jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam pembuktian matematis terdiri atas empat yaitu (1) Kesalahan dalam membaca dan menafsirkan soal yang diberikan, (2) Kesalahan penalaran dan asumsi yang tidak tepat dalam pada pembuktian dengan kontradiksi, (3) Kesalahan dalam memilih alur pembuktian yang tepat, (4) Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal baik pada tingkat ketelitian maupun pada alur pembuktian yang tepat. Penelitian ini menyoroti pentingnya pemahaman konsep matematika yang mendalam untuk menghindari kesalahan dalam pembuktian matematis.*

*Kata Kunci: kesalahan mahasiswa; pembuktian matematis; analisis real.*

### ABSTRACT

*This research discusses the analysis of types of student errors in mathematical proof in the Real Analysis course. The method used is a systematic literature review. The results of the SLR carried out by researchers concluded that there were four types of errors made by students in mathematical proof, namely (1) Errors in reading and interpreting the questions given, (2) Errors in reasoning and inappropriate assumptions in proofs by contradiction, (3) ) Errors in choosing the correct proof flow, (4) Student errors in solving questions both at the level of accuracy and in the correct proof flow. This research highlights the importance of a deep understanding of mathematical concepts to avoid errors in mathematical proofs.*

*Keywords: student errors; mathematical proof; real analysis.*

## **PENDAHULUAN**

Persamaan diferensial, deret Taylor, transformasi Fourier, dan dekomposisi fungsional lainnya diturunkan dari analisis real, suatu bidang matematika murni. Selain itu, keuangan matematika, riset operasi, teori probabilitas, statistik, dan teori antrian semuanya bergantung pada analisis nyata. Karena analisis nyata membentuk landasan bagi berbagai bidang matematika lainnya, analisis ini sering disebut sebagai "tubuh matematika". Jumlah pengetahuan yang diperlukan, yang dikenal sebagai "Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi (HOTS)", diperlukan untuk analisis nyata.

Pembuktian matematis adalah salah satu bagian penting dalam analisis nyata, dan kesalahan dalam pembuktian dapat menyebabkan hasil yang tidak akurat. Oleh karena itu, analisis jenis kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematis sangat penting untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam analisis nyata. Banyak faktor yang mempengaruhi efektivitas pendidikan matematika di kampus, seperti lingkungan kampus, mahasiswa, instruktur, strategi pengajaran, dan banyak lagi. Respon siswa menunjukkan bahwa baik unsur internal (dari dalam) maupun eksternal (dari lingkungan) dapat mempengaruhi seberapa baik mereka belajar matematika.

Minat, bakat, keterampilan linguistik, kecakapan berhitung, dan karakteristik lainnya merupakan contoh faktor penentu internal seorang siswa. Permasalahannya adalah masih adanya tantangan dalam menjawab pertanyaan yang bersifat naratif dan sering kali melibatkan penggunaan bahasa (Karnasih, 2015). Karena mengerjakan soal narasi memerlukan lebih dari sekedar kemampuan berhitung, seseorang harus mempunyai kemampuan penalaran yang kuat melalui kalimat tanya (Umam Dliwaul, 2014). Variabel internal yang rendah menyebabkan rendahnya hasil belajar anak karena tidak mampu menyelesaikan masalah matematika. Sinyalnya dapat dilihat dari kesalahan-kesalahan yang dilakukan ketika mencoba menyelesaikan permasalahan dosen. Siswa yang menghafal rumus tetapi tidak sepenuhnya memahami subjek akhirnya menggunakan pendekatan praktis, yang merupakan kesalahan umum lainnya (Amir, 2017).

Kesalahan mahasiswa dalam analisis real dapat digolongkan menjadi beberapa jenis, seperti kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknis. Kesalahan konteks terjadi karena mahasiswa tidak memahami konsep-konsep dasar analisis yang sebenarnya, seperti definisi, teorema, dan prinsip-prinsip analisis. Kesalahan prosedural terjadi karena mahasiswa tidak memahami prosedur analisis yang benar, seperti cara menghitung integral, diferensial, dan lain-lain. Kesalahan teknis terjadi karena mahasiswa tidak memahami analisis teknis, seperti cara menggunakan alat bantu analisis, seperti komputer, dan lain-lain.

Menganalisis kesalahan mahasiswa merupakan salah satu cara untuk menambah dan meningkatkan pengetahuan. Selain itu, analisis kesalahan membantu mengidentifikasi akar penyebab kesalahan dan strategi untuk mengurangi atau mencegahnya (Loc & Hoc, 2014). Analisis kesalahan adalah taktik pengajaran lain yang berguna bagi siswa. Melestarikan pengetahuan yang mereka peroleh melalui pendidikan. Dua Standar Praktik Matematika diterapkan oleh siswa dengan bantuan analisis kesalahan: (a) memahami masalah dan menerapkan ketekunan dalam penyelesaiannya; dan (b) memperhatikan keakuratan.

Sesuai dengan penjelasan sebelumnya, analisis kesalahan dapat digunakan untuk mengkaji kesalahan yang dilakukan siswa pada saat mengerjakan soal atau tugas yang diberikan secara lebih rinci. Selain itu, dosen memungkinkan mahasiswa untuk menggunakan model pembelajaran mutakhir untuk meningkatkan keterampilan pemecahan masalah ketika menggunakan model pendekatan saintifik atau memecahkan kesulitan matematika.

## **METODE PENELITIAN**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menarik kesimpulan dari temuan tinjauan literatur sistematis (SLR) yang melihat kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa ketika menyajikan informasi analisis otentik. SLR merupakan metodologi untuk mengumpulkan dan menilai temuan penelitian terhadap subjek yang kemungkinan akan diteliti (Lame, 2019). Menemukan, menganalisis, dan mengekstrapolasi kesimpulan dari seluruh temuan penelitian yang berkaitan dengan masalah penelitian adalah tujuan penelitian SLR. Masalah Penelitian

Berdasarkan persyaratan topik penelitian, pertanyaan penelitian dirumuskan. Pertanyaan penelitian penelitian ini adalah: Bagaimana siswa melakukan kesalahan saat menyajikan materi analisis yang sebenarnya?

### 1. Metode Pencarian

Teknik pencarian dilakukan untuk mengidentifikasi konten utama yang relevan untuk mengatasi tantangan penelitian. Dengan menggunakan mesin pencari Google Cendekia, orang mungkin menggunakan frasa "Terbitkan atau Binasakan". Google Scholar adalah layanan yang memungkinkan Anda mencari publikasi dengan mengindeks artikel dari jurnal ilmiah. Mesin pencari Google Scholar dipilih sebagai tempat pencarian sumber primer yang sesuai selain artikel yang terindeks oleh Sinta dan Google Scholar karena fitur-fitur yang dimilikinya..

### 2. Kualifikasi Inklusi

Prosedur ini memastikan bahwa literatur yang dikumpulkan dapat digunakan sebagai bahan penelitian atau tidak. Pada tahap kriteria inklusi, peneliti memilih kriteria pemilihan literatur yang akan digunakan dalam penelitian. Standar berikut ini berlaku:

- a. Karya tulis yang diterbitkan di jurnal
- b. Metode yang digunakan adalah studi literatur kualitatif.
- c. Sastra terindeks Google Scholar atau Sinta
- d. Tujuh tahun terakhir (2017–2024) merupakan tahun maksimal penerbitan karya sastra.
- e. Literatur membahas kesalahan yang dibuat oleh siswa ketika mencoba membuktikan isi analisis yang sebenarnya.
- f. Mahasiswa Indonesia dijadikan sebagai subjek penelitian dalam bidang sastra.

### 3. Pengumpulan Informasi

Prosedur pengolahan data Systematic Literature Review (SLR) terdiri dari beberapa langkah, yaitu:

- a. Mengumpulkan data: Mencari referensi yang berkaitan dengan subjek penelitian
- b. Pemilihan data: Pilih sumber yang memenuhi kriteria inklusi dan eksklusi serta relevan.
- c. Ekstraksi data: Memperoleh informasi dari sumber yang relevan pemrosesan data mengacu pada langkah-langkah yang terlibat dalam menganalisis data yang diekstraksi, termasuk sintesis dan klasifikasi data.
- d. Pemrosesan data mengacu pada langkah-langkah yang terlibat dalam menganalisis data yang diekstraksi, termasuk sintesis dan klasifikasi data.

Strategi pencarian adalah salah satu metode yang digunakan dalam SLR. Dengan menggunakan mesin pencari Publish or Perish Google Scholar dan kriteria inklusi, hasil penelitian yang dipublikasikan di jurnal ditemukan online dan disusun menjadi tinjauan literatur.. Kemampuan Analisis Nyata dan pembuktian matematis adalah istilah pencarian yang digunakan dalam teknik ini. Beberapa literatur ditemukan melalui mesin pencari Google Scholar, dan hasil tersebut menjadi sumber data penelitian ini.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil Proses Pencarian dan Pemilihan Kriteria Inklusi

Proses pencarian literatur Google Scholar didasarkan pada lima publikasi yang dijadikan sebagai seleksi data penelitian berdasarkan kriteria implisit. Buku seri ini berlatar tahun 2017, 2018, 2019, dan 2022. Terdapat dua kasus pelanggaran guru matematika pada tahun ajaran 2022. Subyek tinjauan literatur ini adalah Pendidikan Matematika.

### Hasil Analisis Data

Hasil analisis dari lima literatur yang dijadikan bahan penelitian menunjukkan bahwa ketika berhadapan dengan materi analisis yang sebenarnya, siswa masih salah mengenai sertifikat matematika. Tabel 1 menampilkan temuan penelitian dari lima literatur. Temuan tinjauan literatur menunjukkan bahwa analisis aktual siswa mengandung kelemahan dalam pembuktian matematis mereka.

No.	Nama Penulis dan Tahun	Hasil Penelitian
1.	Hadiyanto (2017)	Ada tiga jenis kesalahan yang dilakukan siswa dalam pembuktian matematis: kesalahan tingkat tinggi, sedang, dan rendah. Siswa yang melakukan kesalahan pada saat memberi contoh, menggambarkan implikasi dari tahapan respon, atau tidak memahami teorema yang perlu dibuktikan termasuk dalam kelompok kesalahan tingkat tinggi. Berikutnya, kategori kesalahan tingkat rendah, yang meliputi kesalahan siswa dalam menggunakan bilangan bulat dan menyelesaikan himpunan pertidaksamaan kuadrat, serta kesalahan dalam memberikan contoh, menarik kesimpulan, dan tidak memahami teorema yang ingin dibuktikan. Sedangkan kelompok kesalahan tingkat rendah terdiri dari kesalahan siswa dalam mencari titik infimum dan supremum, menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat, menarik kesimpulan dari tahapan yang telah disediakan dalam pembuktian, mengidentifikasi titik limit, dan melakukan kesalahan dalam pembuktian.
2.	Elok Faik Khotun Nihayah (2018)	Temuan studi ini menunjukkan bahwa kesalahan konseptual dapat muncul baik pada peserta berkemampuan tinggi maupun rendah. Penanda utama kesalahan mencakup penerapan properti operasi biner dengan presisi yang lebih rendah, menghubungkan teorema yang berbeda dengan presisi yang lebih rendah, dan memberikan informasi pada setiap tahap pembuktian dengan presisi yang lebih rendah.
3.	Rezky Agung H. (2019)	Sebagian besar peserta program pembelajaran yang fokus pada pengajaran matematika melakukan kesalahan pada saat membuat pernyataan matematika. Memberikan contoh

---

	spesifik untuk mendukung pernyataan adalah salah satu kesalahan tersebut, seperti penggunaan manipulasi aljabar yang tidak tepat selama induksi matematika, membuat asumsi dan kesimpulan yang salah selama pembuktian dengan kontradiksi, dan menggunakan kesimpulan yang salah selama induksi matematika dan pembuktian langsung..
4. Bertu Rianto (2022)	Terdapat empat kategori kesalahan yang dilakukan siswa ketika melakukan pembuktian matematis: (1) Kesalahan membaca: siswa yang melakukan kesalahan membaca pada umumnya memperoleh informasi yang menunjukkan bahwa ia kurang memahami konsep yang dibahas secara menyeluruh karena belum membaca buku sumber utama secara nyata. analisis atau referensi lainnya. (2) Pembelajaran yang kaku, atau penyelesaian masalah tanpa memahami maknanya, dapat diakibatkan oleh kesalahan pemahaman, yaitu ketidakmampuan menyelesaikan tugas matematika sesuai dengan prosedur yang diberikan. (3) Kesalahan transformasi: Ini adalah kesalahan paling umum yang dilakukan siswa saat menjawab pertanyaan analisis sebenarnya. Penelitian Shinariko menunjukkan bahwa komponen kesalahan transformasi menyumbang porsi terbesar kesalahan yang dilakukan ketika menyelesaikan masalah matematika, yaitu ketika siswa gagal memilih pendekatan atau rumus yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut.
5. Shofia Hidayah (2022)	Hasil penelitian menunjukkan adanya jenis kesalahan konseptual dan prosedural. mereka yang mempunyai kemampuan kognitif sedang lebih besar kemungkinannya untuk melakukan kesalahan konseptual, seperti kesalahan dalam pengertian deret bilangan, sedangkan mereka yang mempunyai kemampuan kognitif buruk lebih besar kemungkinannya untuk melakukan kesalahan konseptual dalam konsep aljabar. Selain itu, ketiga peserta juga diketahui melakukan kesalahan prosedural karena tidak menuliskan kesimpulan akhir proses pembuktian pada soal yang disediakan.

---

**Tabel 1. Hasil Tinjauan Literatur Menunjukkan Kesalahan Siswa Dalam Pembuktian Matematis Dalam Analisis Nyata.**

Salah satu studi literatur paling awal yang menjadi bahan penelitian berfokus pada analisis kesalahan Newman Error Analysis (NEA) (Bertu Rianto T, dkk. 2022). Berdasarkan temuan penelitian, ada empat jenis kesalahan yang dilakukan siswa ketika membuktikan konsep matematika. Jenis kesalahan yang pertama adalah kesalahan membaca, dimana siswa memperoleh pengetahuan umum bahwa mereka tidak memahami konsep yang dibahas karena belum membaca buku sumber sebenarnya atau referensi analisis lainnya. Kedua, miskonsepsi: Siswa yang melakukan kesalahan tersebut mengatakan bahwa menurutnya menjawab soal analitis berbeda dengan menyelesaikan soal pada umumnya, karena terbiasa menggunakan rumus-rumus yang telah disiapkan sebelumnya, namun mata kuliah ini memerlukan proses analisis dan pembuktian yang mana setiap langkahnya bekerja harus diselesaikan. Diverifikasi sebagai benar. Ketiga, kesalahan konversi terjadi ketika siswa salah memilih pendekatan atau rumus untuk menyelesaikan masalah matematika. Hal ini menimbulkan kebingungan dalam proses pembuktian ketika suatu kasus menyimpang dari ilustrasi atau contoh yang telah dibahas sebelumnya, atau dengan kata lain siswa kesulitan mengidentifikasi alur pembuktian yang benar. Keempat, kesalahan dalam keterampilan proses muncul ketika siswa tidak menyelesaikan masalah secara akurat atau ketika ada langkah-langkah dalam proses yang salah dan harus mengarah pada bukti dari jalur yang telah ditentukan dengan baik, seperti definisi, aksioma, atau teorema yang telah ditetapkan.

Menurut Rezky Agung H. (2019), sebagian besar siswa yang mengikuti kurikulum matematika melakukan kesalahan saat membuktikan pernyataan matematika. Kesalahan tersebut antara lain (1) pembuktian suatu pernyataan dengan memberikan contoh spesifik, (2) kesalahan manipulasi aljabar pada induksi matematika, (3) kesalahan penalaran dan asumsi dalam pembuktian kontradiksi, dan (4) kesalahan penalaran yang berkaitan dengan matematika dan pembuktian langsung..

## **SIMPULAN**

Kesalahan yang sering terjadi saat menyelesaikan soal aritmatika adalah hal yang lumrah. perlu diingat bahwa informasi-informasi dalam bidang matematika berhubungan dan berkaitan dari informasi-informasi selanjutnya. Hasil SLR yang telah dilakukan oleh peneliti menyimpulkan jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam pembuktian matematis terdiri atas empat yaitu (1) kesalahan dalam membaca dan memahami soal yang diberikan; (2) penalaran yang salah dan praduga yang tidak sesuai dalam pembuktian karena kontradiksi; dan (3) kesalahan dalam memilih garis pembuktian yang tepat, (4) Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal baik pada tingkat ketelitian maupun pada alur pembuktian yang tepat.

Kesalahan tersebut banyak disebabkan oleh kecerobohan siswa dalam melakukan pembuktian, tergesa-gesa dalam menyelesaikan soal, jarang menangani soal yang menantang, kurang mahir dalam pembuktian matematis, dan tidak terbiasa mengikuti prosedur yang benar dalam menjawab soal terorganisir.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Erawati, N. K., & Purwati, N. K. R. (2020). Kemampuan Pembuktian Matematika Berdasarkan Gender dan Gaya Belajar . *Prima : Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 109–120.
- Fitriani, & Siahaan, M. M. L. (2022). Deskripsi Kemampuan Pembuktian Langsung Mahasiswa pada Matakuliah Analisis Variabel Riil. *Range : Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 112–121.
- Herutomo, R. A. (2019). Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Matematik. *Jurnal Didaktik Matematis*, 6(1), 53–67.
- Hidayah, S., Laeli, S. N., & Hidayati, N. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematik. *Jurnal Review Pendidikan Dan Pengajaran*

- , 5(1), 37–41.
- Hodiyanto. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester V dalam Mengerjakan Soal Pengantar Analisis Real. *EduSains : Jurnal Pendidikan Sains & Matematika*, 5(1), 33–44.
- Kartika, E. D., & Yazidah, N. I. (2019). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Analisis Real Berdasarkan Adversity Quotient. *Prima : Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 152–157.
- Kartini, & Suanto, E. (2015). Analisa Kesulitan Pembuktian Matematis Mahasiswa Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Prosiding Semirata*, 189–199.
- Lestari, K. E. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real. *MENDIDIK : Jurnal Kajian Pendidikan Dan Pengajaran*, 1(2), 128–135.
- Nihayah, E. F. K., & Lajiba, S. B. S. (2018). Identifikasi Kesalahan Konseptual Mahasiswa Dalam Pembuktian Sifat Kealjabaran Bilangan Real Dengan Alternatif Penyelesaian Revolusi Sosiokultural. *Jurnal Koulutus : Jurnal Pendidikan Kahuripan*, 1(2), 16–35.
- Sanjaya, F. (2024). Analisis Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengonstruksi Pembuktian Pada Mata Kuliah Pengantar Analisis Real. *Range : Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 143–153.
- Suwanti, V., & Fayeldi, T. (2018). Analisis Kesulitan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Pernyataan Matematika. *Jurnal Tadris Matematika*, 1(2), 175–184.
- Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Kobandaha, P. E. (2022). Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis. *EULER : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 10(2), 235–243.
- Wati, R., & Ningtyas, Y. D. Wi. K. (2020). Analisis Kesalahan Koneksi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau Dari Kemampuan Matematis Siswa. *Jurnal Gammath*, 5(1), 44–52.